مجلة تكريت للعلوم الصرفة، 22 (5) 2017
ISSN: 1813 – 1662 (Print)
E-ISSN: 2415 – 1726 (On Line)

التقدير البيزي لمعلمات نموذج متجه الانحدار الذاتي باعتماد معلومات اولية خبرية

هيفاء عبدالجواد سعيد [1] ، وصفي طاهر صالح [2] ، محاسن صالح الطالب [1]
[1] قسم الاحصاء والمعلوماتية، كلية علوم الحاسوب والرياضيات، جامعة الموصل، الموصل، العراق
[2] قسم الاحصاء، كلية الادارة والاقتصاد، جامعة صلاح الدين، اربيل، العراق

الملخص

تضمن هذا البحث التقدير البيزي لمعلمات نموذج متجه الانحدار الذاتي (Vector Autoregressive model) ذات الرتبة (p) (VAR(p)) بالاضافة الى الاختبارات الاحصائية والتنبؤ البيزي عندما يتبع الخطأ العشوائي للنموذج توزيع Bessel متعدد المتغيرات المحور المعمم. تمثلت المعلومات الاولية حول معلمات النموذج بتوزيعات احتمالية تنتمي الى العوائل المتآلفة، وقد تبين ان التوزيع الاحتمالي الحدي اللاحق لمصفوفة المعلمات (Φ) هو توزيع Matrix t، التوزيع الاحتمالي الحدي اللاحق لمصفوفة التباين المشترك (Σ) هو توزيع غير شائع والتوزيع الاحتمالي التنبؤي لمتجه المشاهدات المستقبلية هو توزيع t متعدد المتغيرات.

المقدمة

في العصر الحديث اصبح جمع البيانات عملية سهلة ولاي عدد من المتغيرات، تحليل هذه المتغيرات جميعها ولاسيما المرتبطة منها في وقت واحد هو ماينصب عليه الاهتمام، يعد تحليل السلاسل الزمنية متعددة المتغيرات (multivariate time series) وسيلة جيدة لتحليل هذه البيانات وتطبيقه واسع الانتشار في مجالات عديدة الطب، السياسة، الاقتصاد، ....

يعد نموذج متجه الانحدار الذاتي (Vector Autoregressive model (VAR)) من النماذج الشائعة الاستخدام في تحليل مثل هذه البيانات، حيث اهتم [1] بدراسة خصائص التوزيعات اللاحقة لمقدرات بيز بالاعتماد على توزيعات اولية غير خبرية لنماذج (VAR) ووجد ان مقدرات بيز تفوقت على مقدرات الامكان الاعظم لمصفوفتي المعلمات والتباين المشترك، في اغلب الاحيان يكون حد الخطأ يتبع التوزيع الطبيعي، اذ قام [2] بالتقدير البيزي لمصفوفة معلمات نموذج (VAR) ومصفوفة التباين المشترك عندما يتبع الخطأ العشوائي التوزيع الطبيعي وتوزيع t تحت دوال خسارة وتوزيعات اولية مختلفة. لكن هناك مجالات مختلفة يكون فيها حد الخطأ يتبع توزيعات ذات نهايات اثقل من التوزيع الطبيعي، في مثل هذه الحالة تكون التوزيعات الخليطة هي الانسب، من هذه التوزيعات توزيع Bessel متعدد المتغيرات المحور المعمم (GMMB)) Generalized Multivariate Modified Bessel Distribution) حيث يعتبر هذا التوزيع حالة خاصة من التوزيعات متعددة المتغيرات المتماثلة الزائدية [3]، درس [4] خصائص توزيع Bessel متعدد المتغيرات المحور المعمم واستخدما التحليل البيزي لايجاد التوزيع اللاحق والتوزيع التنبؤي لنموذج طبيعي خطي بافتراض ان التوزيع الاولي للمعلمات الثابتة هو معكوس كاوس المعمم.

افرد المبحث الثاني لوصف نموذج متجه الانحدار الذاتي الذي يكون فيه الخطأ يتبع توزيع Bessel متعدد المتغيرات المحور المعمم. في حين تناول المبحث الثالث التقدير البيزي لمعلمات النموذج في حالة المعلومات الاولية الخبرية. تضمن المبحث الرابع الاختبارات الاحصائية البيزية لمصفوفة المعلمات (Φ) وايجاد صيغة عامل بيز. وضح المبحث الخامس التوزيع التنبؤي للمشاهدات المستقبلية التي تمثلت بشكل متجه هو(y_{T+i}). اما المبحث السادس عرض ابرز الاستنتاجات للدراسة.

وصف النموذج

ان نموذج متجه الانحدار الذاتي Vector Autoregressive (VAR) لمتغير عمودي ببعد (Kx1) ياخذ الصيغة الآتية [2]:

$$y_t = \underline{C} + \sum_{i=1}^{p} B_i\, y_{t-i} + u_t \quad , \; t = 1,2,\dots,T \; \dots \; (1)$$

اذ ان

K: عدد المتغيرات (السلاسل الزمنية) المدروسة.

P: رتبة النموذج.

t: تسلسل المشاهدة في السلسلة الزمنية.

T: عدد المشاهدات الكلية لكل سلسلة زمنية.

$\underline{C}$: متجه معلمات(parameters) ببعد (Kx1) يمثل المقطع.

B_i: مصفوفة معلمات ذات بعد (KxK).

y_{t-i}: متجه عمودي ذي بعد (Kx1) بفرق زمني مقداره i.

u_t: متجه عمودي ذات بعد (Kx1) يمثل الاخطاء العشوائية.

يمكن كتابة النموذج (1) بالصيغة الآتية:

$$y_t = \Phi x_t + \cdots (2)$$

اذ ان :

$$\underline{x}_t' = [1 \quad y_{t-1}' \quad y_{t-2}' \quad \dots \quad y_{t-p}']_{(1X(kp+1))} \; \dots (3)$$

$$\Phi_{kX(kP+1)} = [\underline{C}_{kX1} \quad B_{1_{kXk}} \quad B_{2_{kXk}} \quad \cdots \quad B_{p_{kXk}}]$$

واذا كان لدينا T من المشاهدات لكل سلسلة زمنية يمكن كتابة النموذج (2) بصيغة المصفوفات[5] وكالآتي:

$$Y = \Phi X + U \qquad \dots (4)$$

اذ ان:

Y: مصفوفة المتغيرات (السلاسل الزمنية) ذات بعد (kXT).

X: مصفوفة ذات بعد ((kp+1)XT) اعمدتها تمثل المتجهات الموضحة في المعادلة (3).

U: مصفوفة الاخطاء العشوائية ذات بعد (kXT).

لنفرض ان متجه الاخطاء العشوائية u_t يتبع توزيع Bessel متعدد المتغيرات المحور المعمم، حيث يمكن ايجاد دالة كثافة الاحتمال بالاستعانة بالتوزيعات الخليطة من التوزيع الطبيعي متعدد المتغيرات وتوزيع معكوس كاوس المعمم وكالآتي [6]:

$$u_t|\tau \sim N_k(\underline{0}, \tau\Sigma)$$

اذ ان:

τ: متغير عشوائي.

Σ: مصفوفة التباين للمتغير العشوائي (τ).

فان دالة كثافة احتمال $(u_t|\tau)$ هي:

$$f(u_t|\tau) = \frac{1}{(2\pi)^{\frac{k}{2}}|\tau\Sigma|^{\frac{1}{2}}} e^{-\frac{1}{2\tau}u_t'\Sigma^{-1}u_t} \quad -\infty < u_t < \infty \quad \ldots (5)$$

$$\tau \sim GIG(\lambda, \psi, \upsilon)$$

فان دالة كثافة احتمال المتغير العشوائي (τ) هي [7]

$$P(\tau) = \frac{\left(\frac{\lambda}{\psi}\right)^{\frac{\upsilon}{2}}\tau^{\upsilon-1}}{2K_\upsilon(\sqrt{\lambda\psi})} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{\psi}{\tau}+\lambda\tau\right)} \quad , \tau > 0 \quad \ldots (6)$$

وعليه فان دالة احتمال الخطأ العشوائي $\underline{u}_t$ غير المشروط بـ (τ) هي:

$$f(u_t) = \int_\tau f(u_t|\tau)\, P(\tau)\, d\tau \quad \ldots (7)$$

$$f(u_t) = \frac{\left(\frac{\lambda}{\psi}\right)^{\frac{k}{4}} K_{\frac{2\upsilon-k}{2}}\left(\sqrt{\lambda\psi\left(1+\frac{u_t'\Sigma^{-1}u_t}{\psi}\right)}\right)\left(1+\frac{u_t'\Sigma^{-1}u_t}{\psi}\right)^{\frac{2\upsilon-k}{4}}}{(2\pi)^{\frac{k}{2}}|\Sigma|^{\frac{1}{2}}K_\upsilon(\sqrt{\lambda\psi})} \quad \ldots (8)$$

المعادلة (8) تمثل دالة كثافة احتمال توزيع Bessel متعدد المتغيرات المحور المعمم [8] .

اذ ان:

$(\lambda, \psi, \upsilon)$: تمثل معلمات الشكل (shape parameters) ومجال هذه المعلمات هو [9]:

$$\begin{aligned} &\psi > 0\,, \lambda \geq 0 \ \text{ if } \upsilon < 0 \\ &\psi > 0\,, \lambda > 0 \ \text{ if } \upsilon = 0 \quad \ldots (9) \\ &\psi \geq 0\,, \lambda > 0 \ \text{ if } \upsilon > 0 \end{aligned}$$

$K_\upsilon(.)$: دالة Bessel المحورة من النوع الثالث والرتبة (υ) والتي تاخذ الصيغة الآتية [10]

$$K_\upsilon(x) = \frac{1}{2}\int_0^\infty t^{\upsilon-1}\, e^{-\frac{x}{2}\left(t+\frac{1}{t}\right)}dt \quad \ldots (10)$$

كما يعبر عن التوزيع الاحتمالي لمتجه الاخطاء العشوائية $(\underline{u}_t)$ وصفياً بالآتي:

$$u_t \sim GMMB_k(\underline{0}, \Sigma, \lambda, \psi, \upsilon)$$

وبما ان متجه المتغيرات العشوائية y_t المعرف بالمعادلة (2) عبارة عن تركيبة خطية بدلالة متجه الاخطاء العشوائية u_t الذي يتبع توزيع Bessel متعدد المتغيرات المحور المعمم لذلك فان التوزيع الاحتمالي للمتجه y_t ممكن ايجاده بنفس الطريقة وكالآتي[11]:

$$E(y_t|\tau) = \Phi X_t$$
$$V(y_t|\tau) = \tau\Sigma$$
$$\therefore\ y_t|\tau \sim N_k(\Phi X_t, \tau\Sigma)$$

وعليه فان y_t غير المشروط بالمتغير τ يتبع توزيع Bessel متعدد المتغيرات المحور المعمم ودالة كثافة احتماله هي:

$$f(y_t) = \frac{\left(\frac{\lambda}{\psi}\right)^{\frac{k}{4}} K_{\frac{2\upsilon-k}{2}}\left(\sqrt{\lambda\psi\left(1+\frac{(y_t-\Phi X_t)'\Sigma^{-1}(y_t-\Phi X_t)}{\psi}\right)}\right)}{(2\pi)^{\frac{k}{2}}|\Sigma|^{\frac{1}{2}}K_\upsilon(\sqrt{\lambda\psi})} \cdot \left(1+\frac{(y_t-\Phi X_t)'\Sigma^{-1}(y_t-\Phi X_t)}{\psi}\right)^{\frac{2\upsilon-k}{4}} \quad \ldots (11a)$$

ويمكن التعبير عن هذا التوزيع وصفياً بالآتي:

$$y_t \sim GMMB_k(\Phi X_t, \Sigma, \lambda, \Psi, \nu)$$

التقدير البيزي لمعلمات نموذج متجه الانحدار الذاتي من الرتبة (p) VAR(P):

ان معلمات نموذج متجه الانحدار الذاتي المعرف في المعادلة (2) هي مصفوفة المعلمات (Φ) ومصفوفة التباين (Σ) وعلى فرض انهما غير معلومتين وان التوزيعات الاولية لهذه المعلمات تنتمي الى العائلة المتآلفة (Conjugate family) اذ ان التوزيع الاولي لمصفوفة المعلمات Φ المشروط بـ(Σ, τ)هو توزيع Matrix normal، ويوصف بالآتي:

$$\Phi|\Sigma, \tau \sim N_{k,kp+1}(\Phi, \tau\Sigma, H_1)$$

دالة كثافة احتمال التوزيع الاولي لمصفوفة المعلمات (Φ) المشروط بـ(Σ, τ)هي:

$$P(\Phi|\Sigma, \tau) \propto |\Sigma|^{-\frac{kp+1}{2}}\exp\left[-\frac{1}{2\tau}\mathrm{tr}\,\Sigma^{-1}\{(\Phi-\Phi_1)H_1^{-1}(\Phi-\Phi_1)'\}\right] \quad \ldots (12)$$

التوزيع الاولي لمصفوفة التباين المشترك (Σ) المشروط بـ (τ) هو توزيع معكوس ويشارت والذي يوصف بالآتي:

$$\Sigma|\tau \sim IW(A_1, m)$$

دالة كثافة احتمال التوزيع الاولي لمصفوفة التباين المشترك (Σ) المشروط بـ (τ) هي:

$$P(\Sigma|\tau) \propto |\Sigma|^{-\frac{m+k+1}{2}}\exp\left[-\frac{1}{2\tau}\,\mathrm{tr}\,\Sigma^{-1}A_1\right] \quad \ldots (13)$$

اذ ان:

A_1: مصفوفة ثابتة اكيدة الايجابية.

باستخدام نظرية بيز فان التوزيع الاولي المشترك لـ (Φ, Σ) المشروط بـ(τ) ياخذ الصيغة الآتية:

$$P(\Phi, \Sigma|\tau) = P(\Phi|\Sigma, \tau)P(\Sigma|\tau) \quad \ldots (14)$$

وبتعويض المعادلتين (12) و (13) في المعادلة (14) نحصل على:

$$P(\Phi, \Sigma|\tau) \propto |\Sigma|^{-\frac{m+k+kp+1}{2}}\exp\left[-\frac{1}{2\tau}\,\mathrm{tr}\,\Sigma^{-1}\{A_1 + (\Phi-\Phi_1)H_1^{-1}(\Phi-\Phi_1)'\}\right] \ldots (15)$$

دالة الترجيح المشروطة بـ (τ) هي:

$$f(y_t|\Phi, \Sigma, \tau) \propto |\Sigma|^{-\frac{T}{2}}\exp\left[-\frac{1}{2\tau}\Sigma_{t=1}^{T}(y_t-\Phi x_t)'\Sigma^{-1}(y_t-\Phi x_t)\right] \quad \ldots (16a)$$

وباضافة وطرح $\widehat{\Phi}x_t$ الى قوسي الدالة الاسية في المعادلة (16a) واجراء بعض العمليات الجبرية نحصل على :

$$f(Y|\Phi, \Sigma, \tau) \propto |\Sigma|^{-\frac{T}{2}}\exp\left[-\frac{1}{2\tau}\mathrm{tr}\,\Sigma^{-1}\left\{(y_t-\widehat{\Phi}x_t)(y_t-\widehat{\Phi}x_t)' + (\Phi-\widehat{\Phi})XX'(\Phi-\widehat{\Phi})'\right\}\right] \quad \ldots (16b)$$

اذ ان $\hat{\Phi} = YX'(XX')^{-1}$ وتمثل مقدر الامكان الاعظم لمصفوفة المعلمات (Φ) وباستخدام نظرية بيزفان التوزيع اللاحق المشترك لـ (Φ,Σ) المشروط بـ(τ) ياخذ الصيغة الآتية:

$$P(\Phi,\Sigma|Y,\tau) = P(\Phi,\Sigma|\tau)f(Y|\Phi,\Sigma,\tau) \quad ... (17)$$

نعوض المعادلتين (15) و (16a) في المعادلة (17) نحصل على:

$$P(\Phi,\Sigma|Y,\tau) \propto |\Sigma|^{-\frac{T+m+k+kp+2}{2}} \exp\left[-\frac{1}{2\tau}\, tr\, \Sigma^{-1}\{A_1 + (Y-\hat{\Phi}X)(Y-\hat{\Phi}X)'\}\right] \exp\left[-\frac{1}{2\tau}\, tr\, \Sigma^{-1}\{(\Phi-\Phi_1)H_1^{-1}(\Phi-\Phi_1)' + (\Phi-\hat{\Phi})XX'(\Phi-\hat{\Phi})'\}\right] \quad ... (18)$$

نحول الدالة الاسية الثانية في المعادلة (18) الى صيغة Vector operator وكالآتي:

$$P(vec\Phi,\Sigma|Y,\tau) \propto |\Sigma|^{-\frac{T+m+k+kp+2}{2}} \exp\left[-\frac{1}{2\tau}\, tr\, \Sigma^{-1}\{A_1 + (Y-\hat{\Phi}X)(Y-\hat{\Phi}X)'\}\right] \exp\left[(vec\Phi - vec\Phi_1)'(H_1\otimes\Sigma)^{-1}(vec\Phi - vec\Phi_1) + (vec\Phi - vec\hat{\Phi})'((XX')^{-1}\otimes\Sigma)^{-1}(vec\Phi - vec\hat{\Phi})\right] \quad ... (19)$$

الشكل التربيعي (Quadratic form) في المعادلة (19) يمكن تشبيهه بالشكل التربيعي الآتي[12]

$$(X-a)'A(X-a) + (X-b)'B(X-b) = (X-c)'(A+B)(X-c) + (a-b)'A(A+B)^{-1}B(a-b) \quad ... (20)$$

عندما

$$c = (A+B)^{-1}(Aa+Bb)$$
$$A(A+B)^{-1}B = (A^{-1}+B^{-1})^{-1}$$

اذ ان

$$X = vec\Phi,\ a = vec\Phi_1,\ b = vec\hat{\Phi},\ A = (H_1\otimes\Sigma)^{-1},\ B = ((XX')^{-1}\otimes\Sigma)^{-1}$$
$$c = [(H_1\otimes\Sigma)^{-1} + ((XX')^{-1}\otimes\Sigma)^{-1}]^{-1}[(H_1\otimes\Sigma)^{-1}vec\Phi_1 + ((XX')^{-1}\otimes\Sigma)^{-1}vec\hat{\Phi}]$$

نضيف ونطرح المصفوفة $((XX')^{-1}\otimes\Sigma)^{-1}$ الى الحد الذي يحوي على Φ_1 في المتجه c، ثم نعرف المصفوفة الاولى من المتجه C بـ D-1 واجراء بعض العمليات الجبرية نحصل على:

$$D^{-1} = [(H_1\otimes\Sigma)^{-1} + ((XX')^{-1}\otimes\Sigma)^{-1}]^{-1}$$
$$c = vec\Phi_1 + D^{-1}((XX')^{-1}\otimes\Sigma)^{-1}(vec\hat{\Phi} - vec\Phi_1) = vec\Phi^* \quad ... (21)$$

التوزيع اللاحق الكامل المشترك لـ($vec\Phi,\Sigma$) المشروط بـ τ هو :

$$P(vec\Phi,\Sigma|Y,\tau) \propto |\Sigma|^{-\frac{T+m+k+kp+2}{2}} \exp\left[-\frac{1}{2\tau}\, tr\, \Sigma^{-1}\{A_1 + (Y-\hat{\Phi}X)(Y-\hat{\Phi}X)'\}\right] . \exp\left[-\frac{1}{2\tau}\{(vec\Phi - vec\Phi^*)'D(vec\Phi - vec\Phi^*) + (vec\Phi_1 - vec\hat{\Phi})'[(H_1\otimes\Sigma) + ((XX')^{-1}\otimes\Sigma)]^{-1}(vec\Phi_1 - vec\hat{\Phi})\}\right] \quad ... (22)$$

بارجاع المعادلة (22) الى صيغة المصفوفات يكون التوزيع اللاحق المشترك لـ(Φ,Σ) المشروط بـ τ هو:

$$P(\Phi,\Sigma|Y,\tau) \propto |\Sigma|^{-\frac{T+m+k+1}{2}} \exp\left[-\frac{1}{2\tau}\, tr\, \Sigma^{-1}\{A_1 + (Y-\hat{\Phi}X)(Y-\hat{\Phi}X)' + (\Phi_1-\hat{\Phi})[H_1 + (XX')^{-1}]^{-1}(\Phi_1-\hat{\Phi})'\}\right]$$

$$. |\Sigma|^{-\frac{kp+1}{2}} \exp\left[-\frac{1}{2\tau} tr\Sigma^{-1}\left\{(\Phi-\Phi^*)\left(H_1^{-1} + (XX')\right)(\Phi-\Phi^*)'\right\}\right] \quad ... (23)$$

المعادلة (23) تمثل حاصل ضرب نواة توزيع معكوس ويشارت المشروط بـ (τ) بالمعلمات ($T+m$) و ($\frac{A_2}{\tau}$) ونواة توزيع Matrix normal المشروط بـ (τ) بالمعلمات (Φ^*) و $\left[\tau\Sigma, \left(H_1^{-1} + (XX')\right)^{-1}\right]$

اذ ان

$$A_2 = \{A_1 + (Y-\hat{\Phi}X)(Y-\hat{\Phi}X)' + (\Phi_1 - \hat{\Phi})[H_1 + (XX')^{-1}]^{-1}(\Phi_1 - \hat{\Phi})'\}$$

التوزيع اللاحق الكامل المشترك لـ(Φ,Σ) المشروط بـ τ هو :

$$P(\Phi,\Sigma|Y,\tau) = \frac{\left|\frac{A_2}{\tau}\right|^{\frac{T+m}{2}} |H_1^{-1}+(XX')|^{\frac{k}{2}}}{(2\pi)^{\frac{k(kp+1)}{2}} |\tau\Sigma|^{\frac{Lk+1}{2}} |\Sigma|^{\frac{T+m+k+1}{2}}\, 2^{\frac{k(T+m)}{2}}\, \Gamma_k\left(\frac{T+m}{2}\right)} . \exp\left[-\frac{1}{2\tau} tr\Sigma^{-1}\left\{A_2 + (\Phi-\Phi^*)\left(H_1^{-1} + (XX')\right)(\Phi-\Phi^*)'\right\}\right] ... (24)$$

وان مقدر بيز لمصفوفة المعلمات (Φ) هو (Φ^*) المعرف بالمعادلة (21).

التوزيع اللاحق الكامل المشترك لـ(Φ,Σ) غيرالمشروط هو:

$$P(\Phi,\Sigma|Y) = \frac{|A_2|^{\frac{T+m}{2}}\left(\frac{\lambda}{\psi}\right)^{\frac{k(T+m+kp+1)}{4}} |H_1^{-1}+(XX')|^{\frac{k}{2}}}{(2\pi)^{\frac{k(kp+1)}{2}} |\Sigma|^{\frac{T+m+k+kp+2}{2}}\, 2^{\frac{k(T+m)}{2}}\, \Gamma_k\left(\frac{T+m}{2}\right) K_{\upsilon}(\sqrt{\lambda\psi})} . K_{\frac{2\upsilon - k(T+m+kp+1)}{2}}\left(\sqrt{\lambda\psi\left(1 + \frac{tr\Sigma^{-1}\left[A_2 + (\Phi-\Phi^*)\left(H_1^{-1}+(XX')\right)(\Phi-\Phi^*)'\right]}{\psi}\right)}\right) . \left(1 + \frac{tr\Sigma^{-1}\left[A_2 + (\Phi-\Phi^*)\left(H_1^{-1}+(XX')\right)(\Phi-\Phi^*)'\right]}{\psi}\right)^{\frac{2\upsilon - k(T+m+kp+1)}{4}}$$

ولإيجاد التوزيع الحدي اللاحق الكامل غير المشروط لمصفوفة المعلمات Φ نكامل المعادلة (24) نسبة الى المصفوفة (Σ) والمتغير (τ) على الترتيب كالآتي:

$$P(\Phi|Y) = \int_\tau \int_\Sigma P(\Phi,\Sigma|Y,\tau)p(\tau)\, d\Sigma\, d\tau \quad ... (25)$$

$$P(\Phi|Y,\tau) = \frac{|A_2|^{\frac{T+m}{2}} |H_1^{-1}+(XX')|^{\frac{k}{2}} \Gamma_k\left(\frac{T+m+kp+1}{2}\right)}{(2\pi)^{\frac{k(kp+1)}{2}} \Gamma_k\left(\frac{T+m}{2}\right) \left|A_2 + (\Phi-\Phi^*)\left(H_1^{-1}+(XX')\right)(\Phi-\Phi^*)'\right|^{\frac{T+m+kp+1}{2}}} \quad ... (26)$$

يمكن اعادة كتابة المعادلة (26) بالصيغة الآتية:

$$P(\Phi|Y) = C(k, kp+1, v) \frac{|A_2|^{\frac{T+m}{2}} |H_1^{-1}+(XX')|^{\frac{k}{2}}}{|A_2|^{\frac{T+m+kp+1}{2}} \left|I_k + A_2^{-1}(\Phi-\Phi^*)\left(H_1^{-1}+(XX')\right)(\Phi-\Phi^*)'\right|^{\frac{T+m+kp+1}{2}}}$$

اذ ان, $C(k, kp+1, v) = \frac{\Gamma_k\left(\frac{T+m+kp+1}{2}\right)}{(2\pi)^{\frac{k(kp+1)}{2}} \Gamma_k\left(\frac{T+m}{2}\right)}$: v درجة الحرية

وباستخدام الخاصية الآتية[12].

$$|I_k - PQ| = |I_L - QP|$$

اذ ان P_{kXL} ، Q_{LXk} اي مصفوفتين

ISSN: 1813 – 1662 (Print)
E-ISSN: 2415 – 1726 (On Line)

$$\therefore P(\Phi|Y) = C(k, kp + 1, v) \frac{|A_2|^{-\frac{kp+1}{2}} \left|H_1^{-1}+(XX')\right|^{\frac{k}{2}}}{|A_2|^{\frac{T+m+kp+1}{2}} \left|I_{kp+1}+\left(H_1^{-1}+(XX')\right)(\Phi-\Phi^*)'A_2^{-1}(\Phi-\Phi^*)\right|^{\frac{T+m+kp+1}{2}}}$$

وان

$$C(k, kp + 1, v) = C(kp + 1, k, v)$$

$$\frac{\Gamma_k\left(\frac{T+m+kp+1}{2}\right)}{\Gamma_k\left(\frac{T+m}{2}\right)} = \frac{\Gamma_{kp+1}\left(\frac{T+m+kp+1}{2}\right)}{\Gamma_{kp+1}\left(\frac{T+m-k+kp+1}{2}\right)}$$

وعليه يكون التوزيع الحدي اللاحق الكامل لمصفوفة المعلمات Φ غير المشروط هو :

$$P(\Phi|Y) = \frac{\Gamma_{kp+1}\left(\frac{T+m+kp+1}{2}\right)}{(2\pi)^{\frac{k(kp+1)}{2}} \Gamma_{kp+1}\left(\frac{T+m-k+kp+1}{2}\right)} \frac{|A_2|^{-\frac{kp+1}{2}} \left|H_1^{-1}+(XX')\right|^{\frac{k}{2}}}{\left|I_{kp+1}+\left(H_1^{-1}+(XX')\right)(\Phi-\Phi^*)'A_2^{-1}(\Phi-\Phi^*)\right|^{\frac{T+m+kp+1}{2}}} \dots (27)$$

نلاحظ من المعادلة (27) ان مصفوفة المعلمات (Φ) تتبع توزيع t Matrix بالمعلمات $\left(\Phi^*, A_2, \left(H_1^{-1} + (XX')\right)^{-1}\right)$ ودرجة حرية $v = T+m-k+1$.

كما يمكن التعبير عن هذا التوزيع وصفياً بالصيغة الآتية[13]

$$\Phi \sim t_{k(kp+1)}\left(\Phi^*, A_2, \left(H_1^{-1} + (XX')\right)^{-1}, v\right)$$

وان متوسط التوزيع اللاحق والتباين يعبر عنه بالآتي[14]

$$E(\Phi) = \Phi^* \ ,$$

$$V(\Phi) = \frac{1}{v-2}\left[\left(H_1^{-1} + (XX')\right)^{-1} \otimes A_2\right] \ , v > 2$$

ولايجاد التوزيع الحدي اللاحق الكامل غير المشروط لمصفوفة التباين المشترك (Σ) نكامل المعادلة (24) نسبة للمصفوفة (Φ) والمتغير (τ) على الترتيب نحصل على:

$$P(\Sigma|Y) = \frac{|A_2|^{\frac{k(T+m)}{2}} \left(\frac{\lambda}{\psi}\right)^{\frac{k(T+m)}{4}} K_{\frac{2\upsilon-k(T+m)}{2}}\left(\sqrt{\lambda\psi\left(1+\frac{tr\,\Sigma^{-1}A_2}{\Psi}\right)}\right)\left(1+\frac{tr\,\Sigma^{-1}A_2}{\Psi}\right)^{\frac{2\upsilon-k(T+m)}{4}}}{|\Sigma|^{\frac{T+m+k+1}{2}} (2)^{\frac{k(T+m)}{2}} \Gamma_k\left(\frac{T+m}{2}\right) K_\upsilon\left(\sqrt{\lambda\psi}\right)} \dots (28)$$

من المعادلة (28) نلاحظ ان التوزيع الحدي اللاحق الكامل غير المشروط لمصفوفة التباين المشترك (Σ) ليس من التوزيعات الاحتمالية الشائعة لذلك سيتم ايجاد مقدر بيز الحدي للمصفوفة (Σ) كالآتي:

$$E(\Sigma|Y) = E_\tau E_\Sigma(\Sigma|Y, \tau) = \hat{\Sigma}_B$$

$$\hat{\Sigma}_B = E_\tau\left(\frac{A_2\,\tau^{-1}}{T+m-k-1}\right)$$

$$\hat{\Sigma}_B = \frac{A_2\left(\frac{\lambda}{\psi}\right)^{\frac{1}{2}} K_{\upsilon-1}\left(\sqrt{\lambda\psi}\right)}{(T+m-k-1)\,K_\upsilon\left(\sqrt{\lambda\psi}\right)} \dots (29)$$

اختبار الفرضيات البيزية لنموذج VAR(P):

يستخدم معيار عامل بيز(Bayes Factor (BF)) في اختبار الفرضيات البيزية ويعرف على انه النسبة بين فرضيتين احصائيتين هما العدم H_0 والبديلة H_1 ، يمثل حاصل قسمة الاحتمالات اللاحقة الى الاولية بالنسبة لفرضية العدم H_0 مقسوماً على حاصل قسمة الاحتمالات اللاحقة الى الاولية بالنسبة للفرضية البديلة H_1 ،صيغته هي [15]:

$$BF = \frac{p(y|H_0)}{p(y|H_1)} \dots (30)$$

لغرض اختبار الفرضية حول مصفوفة المعلمات (Φ) المعرفة بالآتي

$$H_0 : \Phi = \Phi_0 \,, \Sigma > 0$$

$$H_1 : \Phi \neq \Phi_0 \,, \Sigma > 0$$

بالرجوع للمعادلة (30) يعبر عن عامل بيز بالصيغة الآتية:

$$BF = \frac{\int_\tau \int_\Sigma f(Y|\Phi,\Sigma,\tau)p(\tau)p(\Sigma|\tau)d\Sigma d\tau}{\int_\tau \int_\Sigma \int_\Phi f(Y|\Phi,\Sigma,\tau)p(\tau)p(\Sigma|\tau)p(\Phi|\Sigma,\tau)d\Phi d\Sigma d\tau} \dots (31)$$

نمثل البسط بالكمية L1 التي تمثل حاصل ضرب دالة الامكان لمصفوفة المتغيرات العشوائية Y المشروطة بالمتغير (τ) والمتمثلة بالمعادلة (16a) تحت فرضية العدم (H_0) ، التوزيع الاولي لـ (Σ) المشروط بـ(τ) المعرف بالمعادلة (13) ، توزيع معكوس كاوس المعمم المعرف بالمعادلة (6) كالآتي :

$$L_1 = \int_\tau \int_\Sigma f(Y|\Phi, \Sigma, \tau)p(\tau)p(\Sigma|\tau)d\Sigma d\tau$$

$$L_1 = \int_\tau \int_\Sigma \frac{\exp\left[-\frac{1}{2\tau}\Sigma_{t=1}^{T}(y_t-\Phi_0X_t)'\Sigma^{-1}(y_t-\Phi_0X_t)\right]}{(2\pi)^{\frac{Tk}{2}} \tau^{\frac{Tk}{2}} |\Sigma|^{\frac{T}{2}}} \cdot \frac{|A_1|^{\frac{m}{2}} \exp\left[-\frac{1}{2\tau}tr\Sigma^{-1}A_1\right]}{|\Sigma|^{\frac{m+k+1}{2}} \tau^{\frac{km}{2}} 2^{\frac{km}{2}} \Gamma_k\left(\frac{m}{2}\right)} p(\tau)d\Sigma d\tau r$$

$$\Rightarrow L_1 = \frac{|A_1|^{\frac{m}{2}} \Gamma_k\left(\frac{T+m}{2}\right)}{(\pi)^{\frac{Tk}{2}} \Gamma_k\left(\frac{m}{2}\right) |A_1+(Y-\Phi_0X)(Y-\Phi_0X)'|^{\frac{T+m}{2}}} \dots (32)$$

وبنفس الاسلوب نمثل المقام للمعادلة (31) بالكمية (L_2) لايجاد مقام عامل بيز تحت الفرضية البديلة (H_1) كالآتي:

$$L_2 = \int_\tau \int_\Sigma \int_\Phi f(Y|\Phi, \Sigma, \tau)p(\tau)p(\Sigma|\tau)p(\Phi|\Sigma, \tau)d\Phi d\Sigma d\tau$$

اذ نعوض دالة الترجيح بالصيغة المعرفة في المعادلة (16b) تحت الفرضية البديلة (H_1)، التوزيع الاولي للمصفوفة (Φ) المشروط بـ(Σ, τ) المعرف بالمعادلة (12) ، التوزيع الاولي لـ (Σ) المشروط بـ(τ) المعرف بالمعادلة (13) ، توزيع معكوس كاوس المعمم المعرف بالمعادلة (6) كالآتي:

$$L_2 = \int_\tau \int_\Sigma \frac{|A_1|^{\frac{m}{2}} \tau^{-\frac{km}{2}} |\Sigma|^{-\frac{m+k+1}{2}}}{(2\pi)^{\frac{K(T+kp+1)}{2}} (\tau)^{\frac{K(T+kp+1)}{2}} |\Sigma|^{\frac{T+Kp+1}{2}} 2^{\frac{km}{2}} \Gamma_k\left(\frac{m}{2}\right)} . \exp\left[-\frac{1}{2\tau}tr\Sigma^{-1}\left\{A_1 + (Y-\hat{\Phi}X)(Y-\hat{\Phi}X)'\right\}\right] \int_\Phi \exp\left[-\frac{1}{2\tau}\, tr\,\Sigma^{-1}\left\{(\Phi-\Phi_1)H_1^{-1}(\Phi-\Phi_1)' + (\Phi-\hat{\Phi})XX'(\Phi-\hat{\Phi})'\right\}\right] P(\tau)\, d\Sigma d\tau \quad \dots (33)$$

نحول المصفوفات في الدالة الاسية الثانية للمعادلة (33) الى صيغة Vector operator وذلك لتسهيل العمليات الجبرية وكالآتي:

$$\text{Let} \qquad Q = tr\,\Sigma^{-1}\left\{(\Phi-\Phi_1)H_1^{-1}(\Phi-\Phi_1)' + (\Phi-\hat{\Phi})XX'(\Phi-\hat{\Phi})'\right\}$$

$$Q = (vec\Phi - vec\Phi_1)'(H_1 \otimes \Sigma)^{-1}(vec\Phi - vec\Phi_1) + (vec\Phi - vec\hat{\Phi})'((XX')^{-1} \otimes \Sigma)^{-1}(vec\Phi - vec\hat{\Phi}) \dots (34)$$

نشبه الشكل التربيعي في المعادلة (34) بالشكل التربيعي المعرف في المعادلة (20) ، واجراء نفس العمليات الجبرية الى ان نتوصل الى الصيغة في المعادلة (21) ثم نعوض قيمة المتجة (c) من المعادلة (21) في المعادلة (34).

$$\therefore Q = \left\{(vec\Phi - vec\Phi^*)'D(vec\Phi - vec\Phi^*) + (vec\Phi_1 - vec\hat{\Phi})'\left[(H_1 \otimes \Sigma) + ((XX')^{-1} \otimes \Sigma)\right]^{-1}(vec\Phi_1 - vec\hat{\Phi})\right\} \dots (35)$$

وبارجاع (Q) في المعادلة (35) الى صيغة المصفوفات نحصل على:

$$Q = \left\{(\Phi - \Phi^*)\left(H_1^{-1} + (XX')\right) \otimes \Sigma^{-1}(\Phi - \Phi^*)' + (\Phi_1 - \hat{\Phi})[H_1 + (XX')^{-1}]^{-1} \otimes \Sigma^{-1}(\Phi_1 - \hat{\Phi})'\right\}$$

اذ ان

$$D = (H_1 \otimes \Sigma)^{-1} + ((XX')^{-1} \otimes \Sigma)^{-1} = \left(H_1^{-1} + (XX')\right) \otimes \Sigma^{-1}$$

$$[(H_1 \otimes \Sigma) + (XX')^{-1} \otimes \Sigma]^{-1} = (H_1 + (XX')^{-1})^{-1} \otimes \Sigma^{-1}$$

$$Q = \mathrm{tr}\Sigma^{-1}\left\{(\Phi - \Phi^*)\left(H_1^{-1} + (XX')\right)(\Phi - \Phi^*)' + (\Phi_1 - \hat{\Phi})[H_1 + (XX')^{-1}]^{-1}(\Phi_1 - \hat{\Phi})'\right\} \quad \dots (36)$$

نعوض المعادلة (36) في اس الدالة الاسية الثانية للمعادلة (33) واجراء بعض العمليات الجبرية نحصل على:

$$L_2 = \int_\tau \int_\Sigma \frac{|A_1|^{\frac{m}{2}} \tau^{-\frac{k(T+m)}{2}} |\Sigma|^{-\frac{T+m+k+1}{2}} P(\tau)}{(2\pi)^{\frac{KT}{2}} 2^{\frac{km}{2}} \Gamma_k\left(\frac{m}{2}\right) |H_1^{-1} + (XX')|^{\frac{k}{2}}} . \exp\left[-\frac{1}{2\tau}\mathrm{tr}\Sigma^{-1}\left\{A_1 + (Y - \hat{\Phi}X)(Y - \hat{\Phi}X)' + (\Phi_1 - \hat{\Phi})[H_1 + (XX')^{-1}]^{-1}(\Phi_1 - \hat{\Phi})'\right\}\right] d\Sigma d\tau$$

وباجراء التكامل نسبة لـ Σ و τ على الترتيب نحصل على:

$$L_2 = \frac{|A_1|^{\frac{m}{2}} \Gamma_k\left(\frac{T+m}{2}\right) \left|A_1 + (Y - \hat{\Phi}X)(Y - \hat{\Phi}X)' + (\Phi_1 - \hat{\Phi})[H_1 + (XX')^{-1}]^{-1}(\Phi_1 - \hat{\Phi})'\right|^{-\frac{T+m}{2}}}{(\pi)^{\frac{KT}{2}} \Gamma_k\left(\frac{m}{2}\right) |H_1^{-1} + (XX')|^{\frac{k}{2}}} \quad \dots (37)$$

بقسمة المعادلة (32) على المعادلة (37) نحصل على عامل بيز كالآتي:

$$BF = \frac{\left|A_1 + (Y - \hat{\Phi}X)(Y - \hat{\Phi}X)' + (\Phi_1 - \hat{\Phi})[H_1 + (XX')^{-1}]^{-1}(\Phi_1 - \hat{\Phi})'\right|^{\frac{T+m}{2}}}{|A_1 + (Y - \Phi_0 X)(Y - \Phi_0 X)'|^{\frac{T+m}{2}}} \quad \dots (38)$$

يتم اتخاذ القرار حول الفرضيات بالرجوع الى الجدول الذي قدمه جيفريز [16] الذي يوضح فيه الافضلية لمصلحة الفرضية (H_0) من عدمها ولعدة حالات بالاعتماد على قيمة عامل بيز المحسوبة من المعادلة (38).

التوزيع التنبؤي Predictive distribution

اذا توفرت لدينا المشاهدة المستقبلية $(T + i)$ لجميع المتغيرات (السلاسل الزمنية) والتي تمثل بالمتجه (y_{T+i}) فان نموذج متجه الانحدار الذاتي لهذه المشاهدة هو :

$$y_{T+i} = \Phi x_{T+i} + u_{T+i} \quad , \quad i = 1,2,\dots,n \quad \dots (39)$$

اذ ان

y_{T+i}: متجه المشاهدة المستقبلية (i) ذات بعد (kX1).

Φ: مصفوفة المعلمات ذات بعد(k X(kp+1)) .

x_{T+i}: متجه ذات بعد ((kp+1)X1) .

u_{T+i}: متجه الاخطاء العشوائية المستقبلية ذات بعد (kX1).

حيث ان (u_{T+i}) يتبع توزيع Bessel متعدد المتغيرات المحور المعمم بالمعلمات $(\underline{0}, \Sigma, \lambda, \psi, \nu)$ ، نعلم ان (y_{T+i}) هوتركيبة خطية من (u_{T+i}) ولذلك فان (y_{T+i}) يتبع توزيع Bessel متعدد المتغيرات المحور المعمم بالمعلمات $(\Phi x_{T+i}, \Sigma, \lambda, \psi, \nu)$.

باستخدام نظرية بيز فان التوزيع التنبؤي للمتجه (y_{T+i}) يعرف بالصيغة الآتية[17] :

$$f(y_{T+i}|Y) = \int_\Sigma \int_\Phi f(y_{T+i}|\Phi, \Sigma) P(\Phi, \Sigma|Y) d\Phi d\Sigma \quad \dots (40)$$

نظراً لصعوبة ايجاد التوزيع في المعادلة (40) نستخدم مفهوم التوزيعات الخليطة ، اي التوزيعات المشروطة بالمتغير العشوائي τ :

$$f(y_{T+i}|\Phi, \Sigma, \tau) \sim N_k(\Phi x_{T+i}, \tau\Sigma)$$

$$f(y_{T+i}|\Phi, \Sigma, \tau) \propto |\Sigma|^{-\frac{1}{2}} \exp\left[-\frac{1}{2\tau}\mathrm{tr}\,\Sigma^{-1}(y_{T+i} - \Phi x_{T+i})(Y_{T+i} - \Phi x_{T+i})'\right] \dots (41)$$

$$P(\Phi, \Sigma|Y, \tau) \propto |\Sigma|^{-\frac{m_1+k+1}{2}} \exp\left[-\frac{1}{2\tau}\mathrm{tr}\,\Sigma^{-1} A_2\right] |\Sigma|^{-\frac{kp+1}{2}} \exp\left[-\frac{1}{2\tau}\mathrm{tr}\,\Sigma^{-1}(\Phi - \hat{\Phi}_B)H^{-1}(\Phi - \hat{\Phi}_B)'\right] \dots (42)$$

بتعويض المعادلتين (41) و (42) في المعادلة (40) نحصل على:

$$f(y_{T+i}|Y, \tau) \propto \int_\Sigma |\Sigma|^{-\frac{m_1+kp+k+3}{2}} \int_\Phi \exp\left[-\frac{1}{2\tau}\mathrm{tr}\,\Sigma^{-1}\{A_2 + (y_{T+i} - \Phi x_{T+i})(y_{T+i} - \Phi x_{T+i})' + (\Phi - \hat{\Phi}_B)H^{-1}(\Phi - \hat{\Phi}_B)'\}\right] d\Phi\, d\Sigma \quad \dots (43)$$

$$\text{Let } Q = (y_{T+i} - \Phi x_{T+i})(y_{T+i} - \Phi x_{T+i})' + (\Phi - \hat{\Phi}_B)H^{-1}(\Phi - \hat{\Phi}_B)'$$

باضافة وطرح $\hat{\Phi}_B X_{T+i}$ الى قوسي الحد الاول من (Q) واجراء بعض العمليات الجبرية نحصل على :

$$Q = (y_{T+i} - \hat{\Phi}_B x_{T+i})(1 + x'_{T+i} D_1^{-1} x_{T+i})(y_{T+i} - \hat{\Phi}_B x_{T+i})' + [\Phi - (\hat{\Phi}_B + D_2)]D_1[\Phi - (\hat{\Phi}_B + D_2)]'$$

اذ ان

$$D_1 = x_{T+i} x'_{T+i} + H^{-1}$$

$$D_2 = (y_{T+i} - \hat{\Phi}_B x_{T+i}) x'_{T+i} D_1^{-1}$$

$$\therefore f(y_{T+i}|Y, \tau) \propto \int_\Sigma |\Sigma|^{-\frac{m_1+k+kp+3}{2}} \int_\Phi \exp\left[-\frac{1}{2\tau}\mathrm{tr}\,\Sigma^{-1}\left\{A_2 + (y_{T+i} - \hat{\Phi}_B x_{T+i})(1 - x'_{T+i} D_1^{-1} x_{T+i})(y_{T+i} - \hat{\Phi}_B x_{T+i})' + \left(\Phi - (\hat{\Phi}_B + D_2)\right) D_1 \left(\Phi - (\hat{\Phi}_B + D_2)\right)'\right\}\right] d\Phi d\Sigma$$

$$\therefore f(y_{T+i}|Y, \tau) \propto \frac{1}{\left|A_2 + (y_{T+i} - \hat{\Phi}_B x_{T+i})(1 - x'_{T+i} D_1^{-1} x_{T+i})(y_{T+i} - \hat{\Phi}_B x_{T+i})'\right|^{\frac{m_1+1}{2}}}$$

وباستخدام العلاقة الآتية

$$1 - x'_{T+i}(x_{T+i} x'_{T+i} + H^{-1})^{-1} x_{T+i} = (1 + x'_{T+i} H x_{T+i})^{-1}$$

واجراء التكامل نسبة لـ(τ) واجراء بعض العمليات الجبرية تكون صيغة دالة احتمال التوزيع التنبؤي للمتجه (y_{T+i}) غير المشروط هي :

$$f(y_{T+i}|Y) \propto \frac{1}{\left|I_k + A_2^{-1}(y_{T+i} - \hat{\Phi}_B x_{T+i})(1 + x'_{T+i} H x_{T+i})^{-1}(y_{T+i} - \hat{\Phi}_B x_{T+i})'\right|^{\frac{m_1+1}{2}}} \dots (44)$$

وباستخدام الخاصية

$$|I + uv'| = 1 + u'v$$

$$f(y_{T+i}|Y) \propto \frac{1}{\left(1 + \frac{m_1+1-k}{m_1+1-k}(y_{T+i} - \hat{\Phi}_B x_{T+i})' A_2^{-1}(1 + x'_{T+i} H x_{T+i})^{-1}(y_{T+i} - \hat{\Phi}_B x_{T+i})\right)^{\frac{m_1+1}{2}}} \dots (45)$$

الطرف الايمن من المعادلة (45) يمثل نواة توزيع t متعدد المتغيرات بدرجة حرية$(m_1 + 1 - k)$ والمعلمات $(\hat{\Phi}_B x_{T+i})$ و $\left[\frac{((1 + x'_{T+i} H x_{T+i}) A_2)}{(m_1 + 1 - k)}\right]$ التوزيع الاحتمالي التنبؤي الكامل لمتجه المشاهدات المستقبلية (y_{T+i}) هو :

ISSN: 1813 – 1662 (Print)
E-ISSN: 2415 – 1726 (On Line)

$$f(y_{T+i}|Y) = \frac{\Gamma_k\left(\frac{m_1+1}{2}\right)\left(1+\frac{m_1+1-k}{m_1+1-k}(y_{T+i}-\hat{\Phi}_B x_{T+i})'\left((1+x'_{T+i}Hx_{T+i})A_2\right)^{-1}(y_{T+i}-\hat{\Phi}_B x_{T+i})\right)^{-\frac{m_1+1}{2}}}{[\pi((m_1+1-k))]^{\frac{k}{2}}\,\Gamma_k\left(\frac{m_1+1-k}{2}\right)\left|\frac{((1+x'_{T+i}Hx_{T+i})A_2)}{(m_1+1-k)}\right|^{\frac{1}{2}}} \quad \ldots (46)$$

الوسط الحسابي والتباين للتوزيع التنبؤي يمثلان الصيغ الآتية على الترتيب :

$$E(y_{T+i}|Y) = \hat{\Phi}_B x_{T+i}$$

$$V(y_{T+i}|Y) = \frac{1}{(m_1-k-1)}[(1 + x'_{T+i}Hx_{T+i})A_2] \quad , \quad m_1 > k+1$$

يمكن التعبير عن التوزيع التنبؤي وصفياً بالآتي:

$$y_{T+i}|Y \sim t_{(m_1+1-k)}\left[\hat{\Phi}_B x_{T+i} , \left[\frac{(1+x'_{T+i}Hx_{T+i})A_2}{(m_1+1-k)}\right], (m_1 + 1 - k)\right]$$

الاستنتاجات

1) التوزيع الاحتمالي الحدي اللاحق لمصفوفة المعلمات (Φ) المعرف في المعادلة (27) يتبع توزيع t Matrix بالمعلمات $\left(\Phi^*, A_2, \left(H_1^{-1} + (XX')\right)^{-1}\right)$ ودرجة حرية T+m-k+1= v.

حيث يوصف كالآتي:

$$\Phi \sim t_{k(kp+1)}\left(\Phi^*, A_2, \left(H_1^{-1} + (XX')\right)^{-1}, v\right)$$

2) التوزيع الاحتمالي الحدي اللاحق لمصفوفة التباين المشترك (Σ) هو توزيع غير شائع ، وان مقدر بيز للمصفوفة (Σ) المعرف بالمعادلة (29) هو:

$$\hat{\Sigma}_B = \frac{A_2\left(\frac{\lambda}{\psi}\right)^{\frac{1}{2}} K_{\upsilon-1}\left(\sqrt{\lambda\psi}\right)}{(T+m-k+1)\, K_{\upsilon}\left(\sqrt{\lambda\psi}\right)}$$

3) التوزيع الاحتمالي التنبؤي البيزي لمتجه المشاهدة المستقبلية (y_{T+i}) هوتوزيع t متعدد المتغيرات بدرجة حرية $(m_1 + 1 - k)$ والمعلمات $(\hat{\Phi}_B x_{T+i})$ و $\left[\frac{(1+x'_{T+i}Hx_{T+i})A_2}{(m_1+1-k)}\right]$ المعرف بالمعادلة (46).

المصادر

1) Ni S. and Sun D., (2003), "Noninformative Priors and Frequentist Risks of Bayesian Estimators of Vector-Autoregressive Models", Journal of Econometrics, 115, PP.159-197.

2) Ni S. and Sun D., (2005), " Bayesian Estimates for Vector Autoregressive Models", Journal of Business & Economic Statistics, Vol.23, No.1, PP.105-117.

3) Barndorff Nielsen O., (1978), "Hyperbolic Distributions and Distributions in Hyperbolae", Scand J. Statist. 5 PP.151-157.

4) Thabane L. and Haq M. S. ,(2003), "The Generalized Multivariate Modified Bessel Distribution and Its Bayesian Applications", Journal of Statistical sciences ,11, PP. 255-267.

5) Malan K.,(2007), "Stationary Multivariate Time Series Analysis", Msc Thesis University of Pretoria, Pretoria, Not Published.

6) Mora J. A. and Mata L. M. ,(2013), "Numerical Aspects to Estimate the Generalized Hyperbolic Probability Distribution", Journal of Finance & Economics, Vol.1, Issue 4, PP. 1-9.

7) Lemonte A. J. and Cordeiro G. M., (2011), "The Exponentiated Generalized Inverse Gaussian Distributions", Statistics and probability letters 81, pp. 506-517.

8) Thabane L. and Drekic S., (2004), "Discrimination Between Two Generalized Multivariate Modified Bessel Populations", International Journal of Statistical sciences, Vol. 3 (Special Issue), PP. 209-219.

9) Thabane L. and Drekic S., (2001), "Hypothesis Testing for the Generalized Multivariate Modified Bessel Model", Journal of Multivariate Analysis,86, PP328-335.

10) Kim H. and Genton M. G.,(2011), "Characteristic Functions of Scale Mixture of Multivariate Skew-Normal Distributions", Journal of Multivariate Analysis", 102, PP. 1105-1117.

11) سعيد، هيفاء عبدالجواد والعبيدي ، سرمد عبدالخالق،(2014)، "التحليل البيزي لمعلمات نموذج انحدار Bessel المحور المعمم الخطي المتعدد"، المجلة العراقية للعلوم الاحصائية (26) ص ص (98−116).

12) Box G. P. and Tiao G. C. ,(1973), "Bayesian Inference in Statistical Analysis", Addison-wesley publishing company ,Inc. London, U.K.

13) Rahman A., (2009), "Objective Bayesian Prediction for the Matrix-T Error Regression Model", Paper presented at the 2009 International workshop on objective Bayes Methodology(O-Bayes09), The Wharton school of the university of Pennsglvania, Philadelphia USA, (5-9 June 2009).

14) Kibria B. M. G., (2006), "The Matrix-t Distribution and Its Applications in Predictive Inference", Journal of Multivariate Analysis, 97, PP. 785-795.

15) Kleibergen F. and Paap R., (2002), "Priors, Posteriors and Bayes Factors for Bayesian Analysis of Cointegration", Journal of Econometrics, 111, PP. 223-249.

16) Jeffreys, H., (1961), "Theory of probability", Clarenden Press, Oxford, London U.K.

17) Canova, F. and Ciccarelli, M., (2004), "Forecasting and Yurning Point Predictions in a Bayesian Panel VAR Model", Journal of Econometrics, 120, PP.327-359.

ISSN: 1813 – 1662 (Print)
E-ISSN: 2415 – 1726 (On Line)
مجلة تكريت للعلوم الصرفة، 22 (5) 2017

The Bayesian Estimate of Vector Autoregressive Model Parameters Adopt Informative Prior Information

Haifaa Abdulgawwad Saeed[1] , Wasfi Taher Saleh[2] , Mahasen Saleh Al-Talib[1]

[1] Statistics and Informatics dep., College of Computer Sciences and Mathematics, Mosul University, Mosul, Iraq
[2] Department of Statistics, College of Administration and Economics , Salahaddin University, Irbil, Iraq

Abstract

This research included the bayesian estimate for vector Autoregressive model with rank (p) in addition to statistical tests and predict Bayesian when the random error of model followed generalized multivariate modified Bessel distribution. The prior information about the parameters of model is represented by probability distributions belong to conjugate families. It found that the posterior marginal probability distribution for parameters matrix (Φ) is a Matrix t distribution, The posterior marginal probability distribution of covariance matrix (Σ) is uncommon and the predictive probability distribution of future observations vector is multivariate t distribution.