العلاقة بين الترابط من النوع العام $\alpha\pi$ والترابط شبه المعمم من النوع π في الفضاءات التوبولوجية المضببة الحدسية

اياد حمد خلف[1] ، سامر رعد ياسين[2]

[1] قسم الرياضيات ، كلية التربية الاساسية/الشرقاط ، جامعة تكريت ، تكريت ، العراق

[2] قسم الرياضيات ، كلية علوم الحاسوب والرياضيات ، جامعة تكريت ، تكريت ، العراق

الملخص

إن الغرض من هذا البحث هو تقديم مفاهيم جديدة للترابط من النوع العام $\alpha\pi$ في الفضاءات التوبولوجية المضببة الحدسية ودراسة بعض خواصها. ثم دراسة العلاقة بين الترابط من النوع العام $\alpha\pi$ والترابط شبه المعمم من النوع π في الفضاءات التبولوجية المضببة الحدسية .

1- المقدمة

سنة 1965 تم إدخال مفهوم المجموعة المضببة من قبل زاده في بحثه الكلاسيكي [11]. قدم تشانغ [2] مفهوم الفضاء التبولوجي المضبب باستخدام مفهوم المجموعة الضبابية. بعد ذلك في عام 1986 عرض Atanassov [1] فكرة المجموعة الضبابية الحدسية باستخدام مفهوم المجموعة الضبابية ،اما كوكر [3] عرض مفهوم الفضاءات التبولوجية الحدسية في عام 1997. وظهرت في الآونة الأخيرة العديد من مفاهيم التبولوجية المضببة مثل الترابط المضبب وتعميمه في الفضاءات التوبولوجية المضببة ، كما قدم Maragathavalli [10] مفهوم الترابط شبه المعمم في الفضاءات التبولوجية الحدسية.

في هذا البحث تم تقديم مفاهيم الترابط من النوع العام $\alpha\pi$ في الفضاءات التوبولوجية المضببة الحدسية ودراسة بعض خواصها. وأخيرا دراسة العلاقة بين الترابط من النوع العام $\alpha\pi$ والترابط شبه المعمم من النوع π في الفضاءات التبولوجية المضببة الحدسية .

2. التمهيدات

تعريف 2.1: [1] لتكن X مجموعة ثابتة غير خالية. فيقال للمجموعة المضببة الحدسية A (للاختصار يرمز لها بالرمز $IFS\ A$) في X اذا كانت بالشكل $A=\{\langle x,\mu_A(x),\gamma_A(x)\rangle : x\in X\}$

حيث الدالة $\mu_A(x):X\longrightarrow[0,1]$ هي درجة العضوية للمجموعة A ويرمز لها بالرمز $\mu_A(x)$ والدالة $\gamma_A(x):X\longrightarrow[0,1]$ هي درجة عدم العضوية للمجموعة A ويرمزلها بالرمز $\gamma_A(x)$ لكل $x\in X$.

وان $0\le\mu_A(x)+\gamma_A(x)\le 1$ لكل $x\in X$. نرمز لكل المجموعات المضببة الحدسية في X بالرمز $IFS(X)$.

تعريف 2.2: [1] لتكن A , B هي مجموعتان مضببتان حدسيتان (للاختصار يرمز لها بالرمز $IFSs$) من المجموعة $A=\{\langle x,\mu_A(x),\gamma_A(x)\rangle : x\in X\}$ و $B=\{\langle x,\mu_B(x),\gamma_B(x)\rangle : x\in X\}$. فان

1- $A\subseteq B$ اذا وفقط اذا $\mu_A(x)\le\mu_B(x)$ و $\gamma_A(x)\ge\gamma_B(x)$ لكل $x\in X$.

2- $A=B$ اذا وفقط اذا $A\subseteq B$ و $B\subseteq A$.

3- $A^c=\{\langle x,\gamma_A(x),\mu_A(x)\rangle : x\in X\}$, حيث A^c تعني المجموعة المكملة لـ A .

4- $A\cap B=\{\langle x,\mu_A(x)\wedge\mu_B(x),\gamma_A(x)\vee\gamma_B(x)\rangle : x\in X\}$.

5- $A\cup B=\{\langle x,\mu_A(x)\vee\mu_B(x),\gamma_A(x)\wedge\gamma_B(x)\rangle : x\in X\}$.

سوف نكتب $A=\langle x,\mu_A,\gamma_A\rangle$ بدلاً من $A=\{\langle x,\mu_A(x),\gamma_A(x)\rangle : x\in X\}$. كذلك نكتب $C=\langle x,(\mu_A,\mu_B),(\gamma_A,\gamma_B)\rangle$ بدلاً من $C=\langle x,(A/\mu_A,B/\mu_B),(A/\gamma_A,B/\gamma_B)\rangle$. ولتكن المجموعة المضببة $0\sim=\{\langle x,0,1\rangle : x\in X\}$ و $1\sim=\{\langle x,1,0\rangle : x\in X\}$ على التوالي تمثل المجموعة الخالية والمجموعة الشاملة لـ X .

تعريف 3.2: [1] التبولوجي المضبب الحدسي (للاختصار يكتب بالشكل IFT) على المجموعة X هو العائلة τ من المجموعات المضببة الحدسية (للاختصار تكتب بالشكل $IFSs$) في X ويحقق الشروط الاتية :

1- $0\sim,1\sim\in\tau$.

2- $G_1\cap G_2\in\tau$ لأي مجموعتين $G_1,G_2\in\tau$.

3- $\cup G_i\in\tau$ لأي عائلة اختيارية $\{G_i : i\in J\}\subseteq\tau$.

في هذه الحالة يسمى الفضاء (X,τ) بالفضاء التبولوجي المضبب الحدسي (وللاختصار يكتب بالشكل $IFTS$). وان عناصر العائلة τ تسمى مجموعات مفتوحة مضببة حدسية (وللاختصار تكتب بالشكل $IFOS$) في X . اما المجموعات المتممة في الفضاء (X,τ) فتسمى بالمجموعات المغلقة المضببة الحدسية (وللاختصار تكتب بالشكل $IFCS$) في X .

تعريف 4.2: [3] ليكن (X,τ) فضاء تبولوجي مضبب حدسي و $A=\langle x,\mu_A,\gamma_A\rangle$ هي مجموعة مضببة حدسية في X فان دواخل المجموعة المضببة الحدسية وانغلاق المجموعة المضببة الحدسية تعرف بواسطة :

$$int(A)=\cup\{G\,/\,G\text{ is an }IFOS\text{ in }X\text{ and }G\subseteq A\}$$
$$cl(A)=\cap\{K\,/\,K\text{ is an }IFCS\text{ in }X\text{ and }A\subseteq K\}$$

نلاحظ لأي مجموعة مضببة حدسية A في X , لدينا $cl(A^c) = \left(int(A)\right)^c$, $int(A^c) = \left(cl(A)\right)^c$.

تعريف 5.2: المجموعة المضببة الحدسية $A = \{\langle x, \mu_A(x), \gamma_A(x)\rangle : x \in X\}$ في الفضاء التبولوجي الحدسي (X,τ) فيقال عن :

1- [4] A انها مجموعة مغلقة شبه مضببة حدسية (للاختصار IFSCS) اذا كانت $int(cl(A)) \subseteq A$.

2- [4] A انها مجموعة مغلقة مضببة حدسية من النوع α (للاختصار تكتب بالشكل IFαCS) اذا كانت $cl\left(int\left(cl(A)\right)\right) \subseteq A$.

3- [4] A انها مجموعة مغلقة مضببة حدسية من النوع pre (للاختصار تكتب بالشكل IFPCS) اذا كانت $cl\left(int(A)\right) \subseteq A$.

4- [4] A انها مجموعة مغلقة مضببة حدسية من النوع المنتظم (للاختصار تكتب بالشكل IFRCS) اذا كانت $cl\left(int(A)\right) = A$.

5- [9] A انها مجموعة مغلقة مضببة حدسية معممة (للاختصار تكتب بالشكل IFGCS) اذا كانت $cl(A) \subseteq U$ عندما $A \subseteq U$ و U هي IFOS .

6- [5] A انها مجموعة مغلقة مضببة حدسية شبه معممة (للاختصار تكتب بالشكل IFπGSCS) اذا كانت $scl(A) \subseteq U$ عندما $A \subseteq U$ و U هي IFπOS .

7- [5] A انها مجموعة مغلقة مضببة حدسية معممة من النوع pre (للاختصار تكتب بالشكل IFπGPCS) اذا كانت $pcl(A) \subseteq U$ عندما $A \subseteq U$ و U هي IFπOP .

تعريف 6.2: [5] المجموعة المضببة الحدسية A تسمى مجموعة شبه مفتوحة مضببة حدسية من النوع π (للاختصار تكتب بالشكل IFπGSOS) في X اذا كان A^c هو مجموعة مغلقة مضببة حدسية شبه معممة من النوع π (للاختصار تكتب بالشكل IFπGSCS) في X . عائلة كل المجموعات المغلقة المضببة الحدسية للفضاء التبولوجي الحدسي (X,τ) ويرمز لها بـ $IF\pi GSC(X)$.

نتيجة 7.2: [5] كل المجموعات IFCS, IFαCS, IFGCS, IFRCS, IFPCS, IFαGCS تكون IFπGSCS لكن العكس غير صحيح بشكل عام .

البرهان : [5] .

تعريف 8.2: [5] لتكن A مجموعة مضببة حدسية في الفضاء التبولوجي المضبب الحدسي (X,τ) فان الانغلاق شبه المعمم من النوع π للمجموعة A (للاختصار يكتب بالشكل $\pi gscl(A)$) ودواخل شبه المعمم من النوع π للمجموعة A (للاختصار يكتب بالشكل $\pi gsint(A)$) يعرف بـ :

$$\pi gsint(A) = \cup \{ G : G \text{ is an } IF\pi GSOS \text{ in } X \text{ and } G \subseteq A \}$$
$$\pi gscl(A) = \cap \{ K : K \text{ is an } IF\pi GSCS \text{ in } X \text{ and } A \subseteq K \}$$

تعريف 9.2: [5] لتكن f تطبيق من IFSX الى IFSY . ولتكن $B = \{\langle y, \mu_B(y), \gamma_B(y)\rangle : y \in Y\}$ مجموعة مضببة حدسية في Y فان الصورة العكسية ويرمز لها بالرمز $f^{-1}(B)$ تعرف كالاتي :

$f^{-1}(B) = \{\langle x, f^{-1}(\mu_B(x)), f^{-1}(\gamma_B(x))\rangle : x \in X\}$.

اذا كانت $A = \{\langle x, \lambda_A(x), \gamma_A(x)\rangle : x \in X\}$ هي مجموعة مضببة حدسية في X , فان صورة A تحت تاثير F ويرمز لها بالرمز $f(A)$ هي مجموعة مضببة حدسية في X تعرف كالاتي :

$f(A) = \{\langle y, f(\lambda_A(y)), f\_(\gamma_B(y))\rangle : y \in Y\}$ حيث $f\_(\gamma_B(y)) = 1 - f(1 - \gamma_B)$.

تعريف 10.2: [6] ليكن التطبيق $f:(X,\tau) \longrightarrow (Y,\sigma)$ تطبيقاً حدسياً مضبباً عام شبه محير من النوع π (للاختصار يكتب بالشكل IFπGIS) اذا كان $f^{-1}(B)$ مجموعة مغلقة مضببة حدسية عامة من النوع π في (X,τ) لكل $B \in Y$.

تعريف 11.2: [5] ليكن التطبيق $f:(X,\tau) \longrightarrow (Y,\sigma)$ تطبيقاً مضبباً حدسياً عام مستمر من النوع π (للاختصار يكتب بالشكل IFπGSC) اذا $f(A)$ تكون مجموعة مفتوحة مضببة حدسية شبه معممة من النوع π (للاختصار تكتب IFπSGOS) في (Y,σ) لكل A مجموعة مفتوحة مضببة حدسية شبه معممة من النوع π (للاختصار تكتب IFπSOS) في (X,τ) .

تعريف 12.2: [5] التطبيق $f:(X,\tau) \longrightarrow (Y,\sigma)$ يسمى :

1- [8] تطبيق مغلق مضبب حدسي (للاختصار يكتب بالشكل IFCM) اذا كانت $f(A)$ هي مجموعة مغلقة مضببة حدسية (للاختصار تكتب بالشكل IFCS) في Y لكل A مجموعة مغلقة مضببة حدسية في X .

2- [4] تطبيق شبه مغلق مضبب حدسي (للاختصار يكتب بالشكل IFSCM) اذا كانت $f(A)$ هي مجموعة شبه مغلقة مضببة حدسية (للاختصار تكتب بالشكل IFSCS) في Y لكل A مجموعة مغلقة مضببة حدسية (للاختصار تكتب بالشكل IFCS) في X .

3-[4] تطبيق مغلق مضبب حدسي من النوع α (للاختصار يكتب بالشكل IFαCM) اذا كانت $f(A)$ هي مجموعة مغلقة مضببة حدسية من النوع α (للاختصار تكتب بالشكل IFαCS) في Y لكل A مجموعة مغلقة مضببة حدسية (للاختصار تكتب بالشكل IFCS) في X .

تعريف 13.2: [9] الفضاء (X,τ) يسمى تبولوجي مضبب حدسي مترابط من النوع C_5 (للاختصار تكتب بالشكل IFC_5CO) اذا وفقط اذا كانت المجموعات المفتوحة و المغلقة المضببة الحدسية فقط هما ~0 و ~1 .

تعريف 14.2: [9] الفضاء (X,τ) يسمى تبولوجي مضبب حدسي مترابط من النوع GO (للاختصار تكتب بالشكل $IFGOCO$) اذا وفقط اذا كانت المجموعات المفتوحة و المغلقة المضببة الحدسية المعممة فقط هما $0\sim$ و $1\sim$.

تعريف 15.2: [9] الفضاء (X,τ) يسمى تبولوجي مضبب حدسي مترابط من النوع C_5 بين المجموعتين المضببتين الحدسيتين A و B اذا وفقط اذا لا يوجد مجموعة E مفتوحة مضببة حدسية في (X,τ) بحيث ان $E \subseteq A$ و $E \subseteq B^c$.

تعريف 16.2: [10] الفضاء (X,τ) يسمى تبولوجي مضبب حدسي مترابط من النوع π (للاختصار يكتب بالشكل $IF\pi GS$) اذا وفقط اذا كانت المجموعات المفتوحة والمغلقة المضببة الحدسية من النوع π (للاختصار تكتب بالشكل $IF\pi GSOS$ و $IF\pi GSCS$) فقط هما $0\sim$ و $1\sim$.

تعريف 17.2: [10] اذا كان الفضاء (X,τ) فضاءً تبولوجياً مضبباً حدسياً معمماً من النوع $\pi T_{1/2}$ فأن كل مجموعة مغلقة مضببة حدسية معممة بانتظام (للاختصار تكتب بالشكل $IFRGCS$) تكون مجموعة مغلقة مضببة حدسية من النوع α (للاختصار تكتب بالشكل $IF\alpha CS$) في X .

3- الفضاءات المضببة الحدسية المترابطة المعممة من النوع $\alpha\pi$

في هذا الجزء سوف نقدم الفضاءات المضببة الحدسية المترابطة من النوع العام $\alpha\pi$ (للاختصار تكتب بالشكل $IF\pi G\alpha CO$) ودراسة بعض خواصها .

تعريف 3-1 : ليكن (X,τ) فضاء تبولوجي مضبب حدسي ولتكن A مجموعة مضببة حدسية جزئية من X فان A^c تسمى مجموعة مغلقة معممة من النوع $\alpha\pi$ (للاختصار تكتب بالشكل IFπGαCS) اذا حققت الشرط الاتي :

لكل مجموعة مغلقة F فان $F \subseteq intcl(A^c)$.

كذلك فان المجموعة A تسمى مجموعة مفتوحة معممة من النوع $\alpha\pi$ (للاختصار تكتب بالشكل IFπGαOS) اذا كانت A^c مجموعة مغلقة من النوع $\alpha\pi$.

نرمز لعائلة كل المجموعات المفتوحة المعممة من النوع $\alpha\pi$ في الفضاء (X,τ) بالرمز $IF\pi G\alpha O(X)$

ويرمز لعائلة كل المجموعات المغلقة المعممة من النوع $\alpha\pi$ في الفضاء (X,τ) بالرمز $IF\pi G\alpha C(X)$.

والمثال(3-1) يوضح التعريف اعلاه .

مثال 3-1 : لتكن $X = \{a,b\}$, $\tau = \{0\sim,1\sim,M\}$ في فضاء تبولوجي مضبب حدسي على X .

حيث $M = \{X\,,(0.3,0.3),(0.1,0.4)\}$ و $A = \{X\,,(0.2,0.3),(0.1,0.4)\}$

فأن A مجموعة مفتوحة معممة من النوع $\alpha\pi$ لأن $A^c = \{X\,,(0.8,0.7),(0.9,0.7)\}$ مغلقة معممة من النوع $\alpha\pi$ $F = \{X,(0.7,0.7),(0.9,0.6)\} \subseteq intcl(A^c) = X$

تعريف 2.3: اذا كان الفضاء (X,τ) مضبب حدسي معمم من النوع $\alpha\pi$ فان عناصر هذا الفضاء تسمى بالمجموعات المفتوحة المضببة الحدسية المعممة من النوع $\alpha\pi$ (للاختصار تكتب بالشكل $IF\pi G\alpha OS$).

ملاحظة 3.3 اذا كانت المجموعات المفتوحة المضببة الحدسية المعممة من النوع $\alpha\pi$ فان مكملتها تكون دائماً

مجموعات مغلقة مضببة حدسية من النوع $\alpha\pi$, وكذلك العكس اي عندما تكون المجموعات المغلقة المضببة الحدسية المعممة من النوع $\alpha\pi$ فان مكملتها تكون دائماً مجموعات مفتوحة مضببة حدسية من النوع $\alpha\pi$.

تعريف 4.3: الفضاء (X,τ) يسمى فضاء مضبب حدسي مترابط معمم من النوع $\alpha\pi$ (للاختصار يكتب بالشكل $IF\pi G\alpha CO$) اذا وفقط اذا كانت المجموعات المفتوحة والمغلقة المضببة الحدسية المعممة من النوع $\alpha\pi$ (للاختصار تكتبان بالشكل $IF\pi G\alpha OS$ و $IF\pi G\alpha CS$ على التوالي) هما فقط $0\sim$ و $1\sim$.

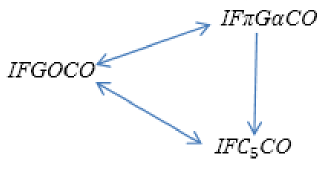
مبرهنة 5.3: كل فضاء مضبب حدسي مترابط معمم من النوع $\alpha\pi$ هو فضاء مترابط مضبب حدسي من النوع C_5 .

البرهان: ليكن (X,τ) فضاء تبولوجي مضبب حدسي معمم من النوع $\alpha\pi$. نفرض ان (X,τ) ليس مترابط من النوع C_5 فانه توجد مجموعة فعلية A تكون مجموعة مفتوحة مضببة حدسية ومجموعة مغلقة مضببة حدسية في الفضاء (X,τ) . لذلك فان A تكون $IF\pi G\alpha OS$ و $IF\pi G\alpha CS$ في ان واحد وهذا يؤدي الى ان (X,τ) ليس فضاء تبولوجي مضبب حدسي مترابط معمم من النوع $\alpha\pi$ وهذا تناقض .اذن (X,τ) يجب ان يكون فضاء مترابط مضبب حدسي من النوع C_5 .

ملاحظة 6.3: ان عكس المبرهنة اعلاه غير صحيح . المثال الاتي يوضح ذلك .

مثال 7.3: لتكن $X = \{a,b\}$ و $\tau = \{0\sim,M,1\sim\}$ هي تبولوجي مضبب حدسي على X حيث $M = \langle x,(0.5,0.1),(0.3,0.6)\rangle$. فان (X,τ) هي فضاء مترابط IFC_5 لان المجموعات المفتوحة والمغلقة المضببة الحدسية هما فقط $0\sim$ و $1\sim$, لكن الفضاء (X,τ) غير مترابط معمم من النوع $\alpha\pi$ لأن M تكون $IF\pi G\alpha OS$ و $IF\pi G\alpha CS$ في (X,τ) .

مبرهنة 8.3: ليكن (X,τ) فضاء تبولوجي مضبب حدسي فان العلاقات التالية متحققة في المخطط التالي :



ISSN: 1813 – 1662 (Print)
E-ISSN: 2415 – 1726 (On Line)

البرهان :نفرض ان (X,τ) فضاء $IFGOCO$ فان $0\sim$ و $1\sim$ هما فقط يكونان $IFGOS$ و $IFGCS$ في (X,τ)

وهذا يؤدي الى ان $0\sim$ و $1\sim$ هما $IF\pi G\alpha OS$ و $IF\pi G\alpha CS$ في ان واحد. ولا يمكن لأي مجموعة مثل A ان تكون $IF\pi G\alpha OS$ و $IF\pi G\alpha CS$ لان ذلك يعني ان A تكون $IFGOS$ و $IFGCS$ وهذا تناقض . لذلك (X,τ) فضاء $IF\pi G\alpha CO$.

⟸ نفرض ان (X,τ) ليس فضاء $IFGOCO$ فانه يوجد مجموعة فعلية A لها $IFGOS$ و $IFGCS$ في (X,τ)

وهذا يعني ان A تكون $IF\pi G\alpha OS$ و $IF\pi G\alpha CS$ في (X,τ) . وهذا يؤدي الى ان (X,τ) ليست فضاء $IF\pi G\alpha CO$ وهذا تناقض لذلك (X,τ) يجب ان يكون $IFGOCO$.

- باستخدام خاصية التعدي نحصل على ان الفضاء IFC_5CO هو فضاء $IFGOCO$.

مبرهنة 9.3 : ليكن (X,τ) فضاء تبولوجي مضبب حدسي من النوع $\pi T_{1/2}$ فان ما يأتي متكافئ :

1− (X,τ) هو فضاء $IF\pi G\alpha CO$.

2− (X,τ) هو فضاء مضبب حدسي مترابط من النوع GO .

3− (X,τ) هو فضاء مضبب حدسي مترابط من النوع C_5.

البرهان : 1 ⟸ 2 : تم برهانه في مبرهنة 8.3 .

2 ⟸ 3 :البرهان واضح (باستخدام مبرهنة 8.3) .

3 ⟸ 1 : ليكن (X,τ) هو فضاء مضبب حدسي مترابط من النوع C_5 . نفرض ان (X,τ) ليس فضاء $IF\pi G\alpha CO$ فانه يوجد مجموعة فعلية A في (X,τ) بحيث تكون $IF\pi G\alpha OS$ و $IF\pi G\alpha CS$ في (X,τ) . لكن بما ان (X,τ) هو فضاء تبولوجي مضبب حدسي من النوع $\pi T_{1/2}$ وبما ان A هي مجموعة مضببة حدسية مفتوحة ومغلقة بنفس الوقت في (X,τ) . وهذا يؤدي الى ان (X,τ) ليس فضاء مضبب حدسي مترابط من النوع C_5 , وهذا يناقض الفرض . لذلك (X,τ) يجب ان يكون فضاء $IF\pi G\alpha CO$.

تعريف 10.3 : ليكن التطبيق $f:(X,\tau)\longrightarrow(Y,\sigma)$ تطبيقاً مضبباً حدسياً معمم محير من النوع العام $\pi\alpha$ (للاختصار يكتب بالشكل $IF\pi G\alpha IR$) اذا كان $f^{-1}(B)$ هو مجموعة مغلقة مضببة حدسية معممة من النوع $\alpha\pi$ (للاختصار يكتب بالشكل $IF\pi G\alpha CS$) في (X,τ) لكل B مجموعة مغلقة مضببة حدسية معممة من النوع $\alpha\pi$ (للاختصار يكتب بالشكل $IF\pi G\alpha CS$) في (Y,σ) .

مبرهنة 11.3 : اذا كان التطبيق $f:(X,\tau)\longrightarrow(Y,\sigma)$ شاملاً ومستمراً من النوع $\alpha\pi$ وان (X,τ) هو فضاء $IF\pi G\alpha CO$ فان (Y,σ) فضاء مضبب حدسي مترابط من النوع C_5.

البرهان : ليكن (X,τ) فضاء $IF\pi G\alpha CO$. نفرض ان (Y,σ) ليس فضاء مضبب حدسي مترابط من النوع C_5 فانه يوجد مجموعة فعلية A لا تكون مجموعة مضببة حدسية مفتوحة ومغلقة بنفس الوقت في (Y,σ) . بمأن f هو تطبيق مستمر من النوع $\alpha\pi$, فان $f^{-1}(A)$ تكون $IF\pi G\alpha OS$ و $IF\pi G\alpha CS$ بنفس الوقت في الفضاء (X,τ) . وهذا يناقض الفرض , لذلك (Y,σ) يجب ان يكون فضاء مضبب حدسي مترابط من النوع C_5.

مبرهنة 12.3: اذا كان التطبيق $f:(X,\tau)\longrightarrow(Y,\sigma)$ شاملاً ومحيراً من النوع $\alpha\pi$ وان (X,τ) هي فضاء $IF\pi G\alpha CO$ فان (Y,σ) فضاء $IF\pi G\alpha CO$.

البرهان : نفرض ان (Y,σ) ليس فضاء $IF\pi G\alpha CO$, فانه يوجد مجموعة فعلية A بحيث ان تكون $IF\pi G\alpha OS$ و $IF\pi G\alpha CS$ بنفس الوقت في (X,τ) لكن هذا يناقض الفرض . اذن (Y,σ) يجب ان يكون فضاء $IF\pi G\alpha CO$.

تعريف 13.3: الفضاء (X,τ) يكون $IF\pi G\alpha CO$ بين المجموعتين B و A اذا كان لا يوجد مجموعة E بحيث E هي مجموعة مفتوحة مضببة حدسية معممة من النوع $\alpha\pi$ (لاختصار تكتب بالشكل $IF\pi G\alpha OS$) في (X,τ) بحيث ان $A\subseteq E$ و $E\subseteq B^c$.

مبرهنة 14.3: اذا كان الفضاء (X,τ) هو $IF\pi G\alpha CO$ بين المجموعتين B و A فانه يكون فضاء مضبب حدسي مترابط من النوع C_5 بين المجموعتين B و A .

البرهان : نفرض ان (X,τ) ليس فضاء مضبب حدسي مترابط من النوع C_5 بين المجموعتين B و A .فانه يوجد مجموعة مفتوحة مضببة حدسية E في (X,τ) بحيث $A\subseteq E$ و $E\subseteq B$. بما ان كل مجموعة مفتوحة مضببة حدسية هي $IF\pi G\alpha OS$ فانه يوجد E بحيث تكون $IF\pi G\alpha OS$ في (X,τ) وان $A\subseteq E$ و $E\subseteq B^c$.

وهذا يؤدي الى ان (X,τ) ليس $IF\pi G\alpha CO$ بين المجموعتين B و A وهذا تناقض للفرض . لذلك (X,τ) يجب ان يكون حدسي مترابط من النوع C_5 بين المجموعتين B و A .

ملاحظة 15.3: ان معكوس المبرهنة اعلاه غير صحيح بشكل عام . والمثال التالي يوضح ذلك .

مثال 16.3: لتكن $X=\{a,b\}$ و $\tau=\{0\sim,G,1\sim\}$ هو *تبولوجي مضبب حدسي* على X حيث ان $G=\langle x,(0.3,0.3),(0.3,0.5)\rangle$. فان (X,τ) يكون حدسي مترابط من النوع C_5 بين المجموعتين $A=\langle x,(0.3,0.4),(0.6,0.6)\rangle$ و $B=\langle x,(0.3,0.5),(0.5,0.6)\rangle$, لكن (X,τ) ليس $IF\pi G\alpha CO$ بين المجموعتين B و A , لأنه توجد $E=\langle x,(0.3,0.3),(0.3,0.5)\rangle$ بحيث تكون $IF\pi G\alpha OS$ وان $A\not\subseteq E$ و $E\not\subseteq B^c$.

مبرهنة 17.3: اذا كان الفضاء (X,τ) هو $IF\pi G\alpha CO$ بين المجموعتين B و A , $A\subseteq A_1$ و $B\subseteq B_1$ فان (X,τ) يكون $IF\pi G\alpha CO$ بين المجموعتين A_1 و B_1 .

ISSN: 1813 – 1662 (Print)
E-ISSN: 2415 – 1726 (On Line)

البرهان : نفرض ان (X,τ) ليس $IF\pi G\alpha CO$ بين B_1 و A_1 ، فانه يوجد مجموعة E بحيث تكون $IF\pi G\alpha OS$ في (X,τ) بحيث ان $A_1 \subseteq E$ وهذا يؤدي الى ان $E \subseteq {B_1}^c$ وهذا يعني ان $A \subseteq A_1 \subseteq E$. اذن $A \subseteq E$, بما ان $E \subseteq {B_1}^c$, $B_1 \subseteq E^c$ وهذا يعني ان $B \subseteq B_1 \subseteq E^c$ اذن $E \subseteq B^c$ لذلك. (X,τ) ليس $IF\pi G\alpha CO$ بين المجموعتين B و A وهذا يناقض الفرض . لذلك فان (X,τ) يكون $IF\pi G\alpha CO$ بين المجموعتين A_1 و B_1 .

مبرهنة 18.3: اذا كان الفضاء (X,τ) فضاء تبولوجي مضبب حدسي وكانت المجموعتين B و A في الفضاء (X,τ) فان $A \subseteq B$ اذا وفقط اذا كانت X هي $IF\pi G\alpha CO$ بين المجموعتين B و A .

البرهان: نفرض ان (X,τ) ليس $IF\pi G\alpha CO$ بين المجموعتين B و A . فانه يوجد مجموعة E بحيث تكون $IF\pi G\alpha OS$ في (X,τ) وان $A \subseteq E$ و $E \subseteq B^c$ وهذا يؤدي الى ان $A \subseteq B^c$ وهذا يناقض الفرض $(A \subseteq B)$. لذلك X هي $IF\pi G\alpha CO$ بين المجموعتين B و A .

وبصورة معاكسة : نفرض ان X تكون $IF\pi G\alpha CO$ بين المجموعتين B و A . ومن تعريف $IF\pi G\alpha CO$ نحصل على $A = B$ لذلك $A \subseteq B$.

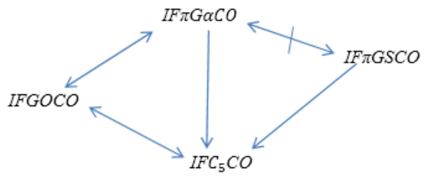
مبرهنة 19.3: الفضاء (X,τ) يكون $IF\pi G\alpha CO$ اذا وفقط اذا لا يوجد مجموعتين صفريتين A وB تكونان كلاهما $IF\pi G\alpha OS$ في (X,τ) بحيث ان $B = A^c$, $B = (pcl(A))^c$ و $A = (pcl(B))^c$.

البرهان : نفرض انه يوجد A وB بحيث ان $A \neq 0\sim \neq B$, $B = A^c, B = (pcl(A))^c$ وان $A = (pcl(B))^c$. بما ان $(pcl(A))^c$ و $(pcl(B))^c$ هما $IF\pi G\alpha OS$ في (X,τ) فان A , B هما $IF\pi G\alpha OS$ في (X,τ) . هذا يؤدي الى ان (X,τ) ليس فضاء $IF\pi G\alpha CO$ وهذا يناقض الفرض لذلك لا يوجد مجموعتين صفريتين A وB في $IF\pi G\alpha OS$ في (X,τ) بحيث ان $B = A^c$, $B = (pcl(A))^c$ و $A = (pcl(B))^c$.

وبصوره معاكسة نفرض انه لا يوجد مجموعتين صفريتين A وB تكونان كلاهما $IF\pi G\alpha OS$ في (X,τ) بحيث ان $B = A^c$, $B = (pcl(A))^c$ و $A = (pcl(B))^c$. لتكن A هي كلاً من $IF\pi G\alpha OS$ و$IF\pi G\alpha CS$ في (X,τ) بحيث ان $1\sim \neq$ $A \neq 0\sim$. بأخذ $B = A^c$ سوف نحصل على تناقضات للفرضية لذلك (X,τ) يكون $IF\pi G\alpha CO$.

4- العلاقة بين الترابط المعمم من النوع $\pi\alpha$ والترابط شبه المعمم من النوع π في الفضاءات المضببة الحدسية:

قضية 4-1: العلاقة بين الترابط المعمم من النوع $\pi\alpha$ والترابط شبه المعمم من النوع π في الفضاءات المضببة الحدسية تعطى بالمخطط التالي :



البرهان :

باستخدام المبرهنة 6.3 نحصل على ان

$$IFGOCO \longleftrightarrow IF\pi G\alpha CO$$

ومن المبرهنة 7.3 نلاحظ ان .

$$IFGOCO \longleftrightarrow IFC_5CO$$

ومن المبرهنة 3.3 نحصل على

$$IF\pi G\alpha CO \longrightarrow IFC_5CO$$

وبما ان

$$[10]\ IF\pi GSCO \longrightarrow IFC_5CO$$

وحسب خاصية التعدي فأننا نحصل على ان

$$IF\pi GSCO \longrightarrow IFGOCO$$

ملاحظة 2.4: ان معكوس القضية اعلاه غير صحيح بشكل عام . والامثلة التالية توضح ذلك .

مثال 3.4: لتكن $X = \{a,b\}$ و $\tau = \{0\sim, M, 1\sim\}$ هي *تبولوجي مضبب حدسي* على X حيث $M = \langle x,(0.5,0.1),(0.3,0.6)\rangle$. فان (X,τ) هو فضاء $IFGOCO$ لان المجموعات المضببة الحدسية $0\sim$ و $1\sim$ كلاهما IFOS و IFCS , لكن ليس $IF\pi GSCO$, لأنه توجد M في τ بحيث تكون $IF\pi G\alpha OS$ و$IF\pi G\alpha CS$ بنفس الوقت في الفضاء (X,τ) .

مثال 4.4: لتكن $X = \{a,b,c\}$ و $\tau = \{0\sim,M,1\sim\}$ هي *تبولوجي مضبب حدسي* على X حيث $M = \langle x,(0.4,0.3),(0.5,0.2),(0.2,0.7)\rangle$. فان (X,τ) يكون فضاء $IF\pi G\alpha CO$ لأنه كلاً من $IF\pi G\alpha OS$ و $IF\pi G\alpha CS$ في الفضاء (X,τ) هما $0\sim$ و $1\sim$, لكن ليس فضاء $IF\pi GSCO$, لأنه توجد M في τ بحيث تكون $IF\pi GSOS$ و $IF\pi GSCS$ في الفضاء (X,τ) .

مثال 5.4: لتكن $X = \{a,b,c,d\}$ و $\tau = \{0\sim,M,1\sim\}$ هي *تبولوجي مضبب حدسي* على X حيث $M = \langle x,(0.6,0.6),(0.3,0.4),(0.4,0.5),(0.3.0.3)\rangle$. فان (X,τ) يكون فضاء IFC_5CO لأنه كلاً من المجموعتين المفتوحة والمغلقة في الفضاء (X,τ) هما $0\sim$ و $1\sim$, لكن ليس فضاء $IF\pi G\alpha CO$, لأنه توجد M في τ بحيث

ISSN: 1813 – 1662 (Print)
E-ISSN: 2415 – 1726 (On Line)

تكون $IF\pi G\alpha OS$ و $IF\pi G\alpha CS$ في نفس الوقت في الفضاء (X,τ) .

مثال 5.4: لتكن $X = \{a,b,c,d\}$ و $\tau = \{0\sim, M, 1\sim\}$ هي تبولوجي مضبب حدسي على X حيث $M = \langle x,(0.6,0.6),(0.3,0.4),(0.4,0.5),(0.3.0.3)\rangle$. فان (X,τ) يكون فضاء $IF\pi GSCO$ لأنه يكون $IF\pi G\alpha OS$ و $IF\pi G\alpha CS$ في الفضاء (X,τ) هما $0\sim$ و $1\sim$, لكن ليس فضاء $IF\pi G\alpha CO$ لأنه توجد M في τ بحيث تكون $IF\pi GSOS$ و $IF\pi GSCS$ بنفس الوقت في الفضاء (X,τ) .

مثال 6.4: لتكن $X = \{a,b,c,d\}$ و $\tau = \{0\sim, M, 1\sim\}$ هي تبولوجي مضبب حدسي على X حيث $M = \langle x,(0.6,0.6),(0.3,0.4),(0.4,0.5),(0.3.0.3)\rangle$. فان (X,τ) يكون فضاء $IF\pi GSCO$ لأنه يكون $IF\pi G\alpha OS$ و $IF\pi G\alpha CS$ في الفضاء (X,τ) هما $0\sim$ و $1\sim$, لكن ليس فضاء $IFGOCO$, لأنه توجد M ا في τ تكون مغلقة ومفتوحة في نفس الوقت في الفضاء (X,τ) .

المصادر

[1] Atanassov, K., "Intuitionistic fuzzy sets, Fuzzy Sets and Systems",20(1986), 87-96.
[2] C.L. Chang, "Fuzzy topological spaces", J. Math. Anal. Appl, 24(1968), 182-190.
[3] D. Coker, "An introduction to intuitionistic fuzzy topological spaces", Fuzzy sets and systems, 88(1997), 81-89.
[4] Joung Kon Jeon, Young Bae Jun and Jin Han Park, "Intuitionistic fuzzy alpha continuity and intuitionistic fuzzy pre continuity", International journal of Mathematics and Mathematical Sciences, (2005), 3091-3101.
[5] S.Maragathavalli and K.Ramesh, "Intuitionistic fuzzy π- generalized semi closed sets", Advances in Theoretical and Applied Sciences, 1 (2012), 33-42.
[6] S. Maragathavalli and K. Ramesh, "Intuitionistic fuzzy π- generalized semi irresolute mappings", International journal of mathematical Archive, 3 (2012), 1-7.
[7] S. Maragathavalli and K. Ramesh, "Intuitionistic fuzzy - generalized semi continuous mappings", International Journal of Computer Applications, 37(2012), 30-34.
[8] S. Maragathavalli and K. Ramesh," Π Generalized Semi Connectedness in Intuitionistic Fuzzy Topological Spaces", Journal of Mathematics 5(2014), 37-41.
[9] Seok Jong Lee and Eun Pyo Lee, "The category of intuitionistic fuzzy topological spaces", Bull. Korean Math. Soc, (2000), 63-76.
[10] S.S. Thakur and Rekha Chaturvedi, "R.G-closed sets in intuitionistic fuzzy topological spaces", Universitatea Din Bacau Studii Si Cercertari Stiintifice, 6(2006), 257-272.
[11] L.A. Zadeh, "Fuzzy sets", Information and control, 8(1965), 338-353.

A Relations between π Generalized α Connectedness and π Generalized Semi Connectedness in Intuitionistic Fuzzy Topological Spaces

Ayad H. Khalaf [1] , Samer R. Yassen [2]
[1] Dept. of Mathematics , College of Basic Education\ sharqat , University of Tikrit, Tiktit, Iraq
[2] Dept. of Mathematics , College of Computer Science & Mathematics , University of Tikrit, Tiktit, Iraq

Abstract
The purpose of this paper is to introduce the concepts of intuitionistic fuzzy π generalized α connectedness in intuitionistic fuzzy topological space and study some of its properties. Finally we study the relation between intuitionistic fuzzy π generalized α connectedness and intuitionistic fuzzy π generalized semi connectedness in intuitionistic fuzzy topological space .